

La démonstration.

« *Les démonstrations sont les yeux de la raison.* »

Spinoza, Ethique V, 1675

« *Il est absolument impossible de tout démontrer : il faudrait pour cela aller à l'infini ; de sorte qu'il n'y aurait même pas de démonstration.* »

Aristote, Métaphysique

- Dans **un sens usuel**, démontrer, c'est **montrer avec éclat**. Une nation fait par ex une démonstration de force un jour de fête nationale par un défilé militaire. Un champion de tennis, disent les journalistes, nous a donné une « démonstration de son talent ». Un cadeau somptueux sera une « démonstration d'amour ». Un « homme démonstratif » est un extraverti qui s'exprime avec générosité ou exhibitionnisme.

- Un sens voisin qu'on trouve aussi dans l'usage courant est celui de « **preuve** ». D'où la synonymie des deux termes dans le vocabulaire pénal. Un avocat général de Cour d'Assises peut terminer son réquisitoire en s'exclamant : « Les faits démontrent la culpabilité de l'accusé ! » ; et l'avocat de riposter : « Je vais démontrer l'innocence de mon client ! »

- Mais le mot va prendre en science **un sens plus rigoureux et restreint**. Démontrer ne sera plus montrer, ou alors, métaphoriquement, aux « yeux de la raison ». Ce ne sera plus « prouver » que dans un sens restrictif, parce qu'il y a des preuves matérielles, physiques, alors que la démonstration se suffit à elle-même, sans confirmation par l'expérience ; elle n'admettra que des preuves logiques. La démonstration est **la validation d'une hypothèse théorique par un raisonnement pur**. Ce sont les mathématiques qui vont révéler à la raison son pouvoir de construire des systèmes abstraits d'une absolue cohérence, loin des approximations de la vie quotidienne. Ce fut, pour les Grecs anciens, une révélation, comme si on accédait par la seule puissance de l'esprit à une surréalité intégralement intelligible dont notre monde ne serait qu'une copie. On comprend que Platon ait inscrit à l'entrée de son école : « Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre ». Les spéculations sur le cercle, le triangle, etc. promettaient des succès équivalents sur toutes les Idées, notamment les valeurs : Le Bien, le Juste, le Beau... Nous verrons que la science trouve dans la démonstration pure son acte de naissance ; mais il faudra souligner que son exportation dans les sciences de la nature va réintroduire l'expérience, la « monstration » au cœur de la démonstration ; souligner aussi ses limites : tout n'est pas démontrable.

Section I- La démonstration au sens strict

Complétons la définition. La démonstration est un raisonnement formalisé, c'est-à-dire soumis à des règles logiques strictes, et dont la conclusion apparaît comme nécessaire, contraignante et universelle. Ce raisonnement ne fait pas appel à l'expérience, à la vérification concrète. C'est par la « force de la forme » (Leibniz) qu'il impose sa nécessité. L'archétype de la forme démonstrative est le syllogisme.

A- D'Aristote aux géométries non euclidiennes

-1 **Aristote**, en fondant la logique dans ses Analytiques, énumère une douzaine de types de syllogismes, toujours sur le même modèle. C'est une inférence – succession de propositions – sous la forme essentielle de la déduction : passage d'une idée générale à une idée de moindre généralité, ou à un cas particulier. Deux prémisses étant précisées - la majeure et la mineure - la conclusion s'impose. La déduction canonique s'enchaîne ainsi : « majeure : Tous les hommes sont mortels ; mineure : or Socrate est un homme ; conclusion : donc Socrate est mortel. ». Un « opérateur » (ici « homme ») fait charnière entre les jugements. Des symboles abstraits quelconque : f , g , x , peuvent avantageusement remplacer « Homme », « mortel » et « Socrate ». C'est l'ossature du raisonnement qui compte.

Mais Aristote signale qu'à côté des syllogismes « scientifiques », il y a des syllogismes « dialectiques », ou rhétoriques, qui ne portent que sur l'apparence ou le probable, et peuvent être faux. En fait, la **validité** logique d'un syllogisme (même « scientifique ») ne suffit pas à en attester la **vérité**. Il faut que les prémisses soient matériellement vraies pour que la conclusion le soit aussi. Si bien que la formulation la plus précautionneuse des prémisses serait : « **Si** tous les hommes sont mortels, et **si** Socrate est un homme, alors Socrate est mortel. » Du strict point de vue formel, on manipule des hypothèses. On dit alors que **la démonstration est hypothético-déductive**. La vérité de

l'hypothèse initiale est soit considérée comme « évidente » (axiome), soit postulée comme point de départ indémontrable (postulat), soit renvoyée à une démonstration antérieure (théorème). Ainsi la majeure du syllogisme canonique : « Tous les hommes sont mortels » devient la conclusion d'un syllogisme antérieur dont les prémisses seraient : « Tous les vivants sont mortels ; or les hommes sont des vivants ; donc tous les hommes... ». Mais il faut bien s'arrêter dans cette remontée ! Aristote l'a constaté : « Il est absolument impossible de tout démontrer : il faudrait pour cela aller à l'infini ; de sorte qu'il n'y aurait même pas de démonstration. » (Métaphysique)

-2 **Les sceptiques de l'Antiquité** ont utilisé cet argument de la mise en abyme de la démonstration, s'épuisant dans une régression à l'infini, pour contester la valeur de toute démonstration : son formalisme fonctionne à vide et sans fondement ferme. Montaigne résume ainsi l'objection : « Aucune raison ne s'établira sans une autre raison : nous voilà à reculons jusques à l'infini » (Essais). Si bien, qu'au final, **toute démonstration repose sur des indémontrables !** Cet argument, quoique juste, n'a jamais troublé les rationalistes.

-3 **Euclide**. Le premier des grands systèmes démonstratifs, les Eléments d'Euclide (vers -300 avant JC), fonde la géométrie sur des axiomes considérés comme « évidents » pour la raison. Ex : « Le tout est plus grand que la partie » ; ou : « Par un point, on ne peut passer qu'une seule parallèle à une droite » etc. Sur ce socle d'évidences premières, l'ordre démonstratif va trouver sa discipline mère, les mathématiques. Le syllogisme n'est qu'une démonstration minimale, son noyau. Les mathématiques vont le multiplier (souvent de manière implicite) dans des « chaînes de raisons » (Descartes) qui se développent en arborescence, *a priori* (sans référence à l'expérience), selon un formalisme pur.

-4 **Descartes** ambitionne une science intégralement démonstrative, qu'il appelle « *mathesis universalis* ». Son modèle est la rationalité mathématique : « Ces longues chaînes de raisons, toutes simples et faciles, dont les géomètres ont coutume de se servir pour parvenir à leurs plus difficiles démonstrations, m'avaient donné occasion de m'imaginer que toutes les choses qui peuvent tomber sous la connaissance des hommes s'entresuivent en même façon. » (Discours de la méthode, 1637). Il y a un présupposé décisif ici : c'est que l'ordre démonstratif coïncide terme à terme avec l'ordre du réel, ce qui va permettre à Descartes de développer une physique théorique, qui ne met pas au premier plan l'observation. Cette *mathesis universalis* s'enracine pourtant, elle aussi, dans l'indémontrable. Mais c'est un avantage car cet indémontrable, c'est l'évidence intellectuelle, qui s'impose à l'esprit par sa propre lumière – l'intuition –, comme l'évidence de l'axiome mathématique.

Lisons attentivement Descartes : « Par *intuition*, j'entends, non pas le témoignage instable des sens ou le jugement trompeur d'une imagination qui compose mal son objet, mais la conception d'une intelligence pure et attentive, conception si facile et si distincte qu'il ne reste aucun doute sur ce que l'on y comprend ; ou, ce qui revient au même, une représentation inaccessible au doute, représentation qui est le fait de l'intelligence pure et attentive, qui naît de la seule lumière de la raison, et qui, parce qu'elle est plus simple, est plus certaine encore que la déduction. (...) Ainsi, chacun peut voir par intuition qu'il existe, qu'il pense, que le triangle est délimité par trois lignes, la sphère par une seule surface et autres choses semblables. »... » (Règles pour la direction de l'esprit, 1628). L'intuition est donc la lumière intellectuelle de principes basiques. Elle impose son évidence et dissipe le doute.

Ainsi, en amont de toute démonstration, se découvre à moi l'évidence de ces principes comme étant des idées innées, idées claires et distinctes quand je les pense avec attention, « semences de vérité » dit Descartes, que Dieu a déposées dans mon âme : idées d'espace, de temps, de nombre, de pensée, de Dieu lui-même... Une bonne méthode va les faire fructifier en science de toute chose. Car à partir de l'intuition pure et rationnelle des principes, toutes les déductions deviennent possibles, « par un mouvement continu et ininterrompu », aussi bien en physique (les lois de fonctionnement du monde-machine et des corps-machines) qu'en métaphysique (existence de l'âme et de Dieu...). La lumière de l'intuition va se diffuser le long des chaînes de déduction, par capillarité. **La démonstration sera une « intuition continuée »** ; à la stricte condition de ne sauter aucun chaînon de la déduction. Parti de l'évidence du *cogito*, Descartes prétend ensuite démontrer que Dieu existe par des arguments *a priori* (sans recourir à sa création), par la seule idée que j'en aie, qui est sa signature en moi. Le cartésianisme est un système démonstratif « amphibie » (joignant physique et métaphysique), mais entièrement cohérent. Le système lui-même s'auto-valide. On voit là un caractère clé de la démonstration : son exigence de nécessité lui permet de se déployer en un système complet, sans qu'aucune contradiction interne ne vienne le fissurer. Finalement, le système fonctionne en boucle, et

son existence renforce la validation globale de chaque élément local et ponctuel. C'est ce que Kant appellera la portée « architectonique » de la raison.

-5 **les géométries non euclidiennes.** Ainsi, **dans sa forme**, la démonstration vise un absolu, la validité logique. Mais **dans son fond, c'est-à-dire dans sa matière**, la démonstration est toujours relative : relative au postulat, relative à « l'intuition de l'évidence », relative à l'indémontré (provisoire) ou à l'indémontrable (définitif). Or la dépendance du raisonnement à l'évidence première, à la Descartes, est désormais rompue. L'histoire moderne des mathématiques va en effet renforcer le formalisme pur de la démonstration : les axiomatiques. « L'axiomatique part de propositions, proposées sans démonstration, mais dont le bien-fondé apparaîtra dans la valeur de la construction que l'on peut faire grâce à elles » (Virieux-Reymond, L'Epistémologie). Ce sont les mathématiques non-euclidiennes, dépourvues de tout caractère d'évidence, mais d'une impeccable consistance logique. Nous perdons le socle sur lequel Descartes avait construit son système. Ainsi on peut partir indifféremment de l'axiome que « Par un point on peut passer une **infinité** de parallèles à une droite », ou « **aucune** ». A l'origine, le mathématicien russe Lobatchevski (XIX^e siècle) voulait proposer une démonstration par l'absurde de l'axiome d'Euclide sur la « parallèle à une droite ». Euclide, dans une incidente de la 29^e proposition des Eléments demandait d'admettre comme allant de soi l'axiome du parallèle. Mais cet axiome « survenait ainsi comme un maillon étranger au systèmes, écrit Robert Blanché, comme un expédient destiné à combler une lacune dans l'enchaînement logique. Aux yeux des géomètres, il faisait figure de théorème... dont la démonstration restait à découvrir. » (L'Axiomatique, 1955). On tenta en vain cette démonstration, jusqu'à la formulation par l'absurde de Lobatchevski : « une infinité de parallèles... ». Or, à sa grande surprise il construisit un système étrange, contre-intuitif, mais qui s'enchaînait de manière totalement cohérente. L'allemand Riemann fit de même avec la proposition inverse : « Par un point on ne peut passer aucune parallèle à une droite »... Ces géométries non euclidiennes montre que la valeur de la démonstration ne repose plus désormais **que** sur la cohérence formelle du système. Le point de départ n'est plus une évidence, mais une convention. Peu importe si elle paraît absurde. La démonstration a été comme épurée de toute contrainte « matérielle ». D'ailleurs on sait déjà qu'en maths l'**objet** de la démonstration est indifférent, quand il est « x », « y », « N » etc. Si bien que Russell a pu dire : « **Les mathématiques peuvent être définies comme la matière dans laquelle on ne sait jamais de quoi on parle, ni si ce qu'on dit est vrai.** » (Mysticisme et logique, 1917).

B- La démonstration au sens strict est découplée de la vérité... tout autant que les pseudo-démonstrations de la rhétorique ou que le délire logique ! C'est donc un paradoxe de la démonstration, comme **forme** valide ou comme système, de ne pouvoir démontrer sa propre vérité. Elle développera toutes les conséquences logiques d'une proposition initiale, mais la vérité de la conclusion dépend de cette proposition première. C'est pourquoi une démonstration peut amplifier l'erreur ou l'absurdité autant que le vrai. « On peut raisonner juste sur des bases fausses », dit un adage de géomètre.

Mais il faut d'abord se méfier des pseudo-démonstrations. La rigueur apparente d'un raisonnement peut camoufler une défaillance logique, dite **paralogisme**. Revenons ici au syllogisme rhétorique mentionné par Aristote, en nous éloignant de la démonstration au sens strict. Un argumentaire peut impressionner, intimider par son apparence monolithique. C'est une des ruses de la rhétorique de se déguiser en démonstration, avec des clivages logiques en apparence imparables, des formulations binaires massives : « de deux choses l'une, soit..., soit... » Or pas toujours ! Il peut exister des solutions médianes, des alternatives habilement escamotées ! C'est à la rhétorique qu'on reproche de « démontrer tout et son contraire », justement parce qu'elle ne démontre rien. Un de ses exercices préférés est la **palinodie**, la capacité de soutenir une thèse, puis la thèse inverse, avec le même pouvoir de persuasion. On perd ici aussi la référence à la vérité, étant entendu que ce qui est en cause, c'est la défaillance logique d'une démonstration fictive.

Ce qui est plus embarrassant, c'est que la démonstration n'est pas incompatible avec... la folie. Le délire paranoïaque, soucieux de s'auto-valider, cherche à imiter le caractère systématique de la démonstration. Le dialogue avec un paranoïaque est épuisant parce qu'à partir de prémisses fausses, il sera strictement logique : « C'est imparable ! », triomphera-t-il ! Vos propres objections confirmeront son délire. Le plus grand logicien du XX^e, Gödel, était dans la vie quotidienne un délirant notoire. Ce n'est pas en effet la capacité de raisonner qu'altère l'aliénation mentale, c'est le sens du réel. « Le fou est celui qui a tout perdu, sauf la raison », écrit Chesterton (Orthodoxie), et Alain : « Ce qui fait le

fou, c'est qu'il a perdu le contact avec la chose telle qu'elle est... il invente les faits d'après les raisonnements » (Propos, 1929).

Ainsi des démonstrations fausses ou folles peuvent être parfaitement valides dans la forme. Les mathématiques les plus pointues comme les délires les plus paranoïaques, autrement dit la rationalité la plus exigeante comme l'irrationnel le plus échevelé nous amènent à la même conclusion : le décrochage de la démonstration et de la vérité. La validité de la première ne garantit pas la seconde. Bien sûr, on dit qu'on « prouve » tel théorème par une démonstration. C'est pourquoi Comte-Sponville définit celle-ci comme « le raisonnement probant » (qui fait preuve) (Dictionnaire philosophique). Mais toute la « vérité » du théorème et la « preuve » qui l'établit sont relatives à l'axiomatique de départ. C'est encore la **justesse** de la déduction qui est décisive, pas la « **vérité** » démontrée. Pour approfondir l'originalité de ce formalisme démonstratif, comparons-le avec d'autres formes de raisonnement.

C- Ce que le raisonnement démonstratif a de spécifique, comparé à d'autres types de raisonnement.

- Car si nous avons commencé par définir la démonstration comme un « raisonnement », il faut préciser que tout raisonnement n'est pas démonstratif ; **le raisonnement par induction** par ex, qui part des cas particuliers pour aboutir à une généralité. Ce raisonnement m'obligeant à recourir à l'expérience n'est pas une démonstration au sens strict, impliquant nécessité et universalité. Si tous les corbeaux que j'ai vus sont noirs, cela ne « démontre » pas que tous les corbeaux sont noirs. Un seul contre exemple ruine la thèse. A noter que le contre exemple est le seul cas où un exemple a valeur démonstrative : comme démonstration négative. Tout autre exemple n'a de valeur qu'illustrative.

- **Le raisonnement par analogie**, lui aussi, n'a pas sa place dans une démonstration stricte. Les charnières « comme », « de même que », n'introduisent pas une stricte identité, mais un rapprochement qui certes peut être suggestif et éclairant, mais qui reste approximatif. On peut toujours riposter : « ça n'a rien à voir... » Au contraire, l'équivalence du signe « = » est cruciale dans une démonstration.

- Enfin il faut distinguer le **raisonnement heuristique** (qui fait faire des découvertes) du raisonnement démonstratif. Voyons comment procède un chercheur en science fondamentale (en maths ou en physique théorique par ex). Il raisonne, mais de manière sautillante, avec de brutales embardées de côté, des associations imprévisibles, des explorations aléatoires. C'est si vrai que certaines découvertes ont été faites en rêve, s'imposant au réveil. Les discussions entre des collègues même surqualifiés confirment l'impression d'un tâtonnement nébuleux. Cette pensée centrifuge avance au flair, en zigzag. Elle semble confuse et désordonnée, comparée à la belle allée traversière de la démonstration, rectiligne, aplanie et désherbée. Analogie et induction, que nous avons écartées, ont toute leur place ici. Il arrive que le chercheur ait, à force de jouer avec un problème, de le malaxer, de l'intérioriser, la brutale intuition d'une solution possible. Il peut ne concevoir que quelques étapes approximatives pour la valider, comme le champion d'échecs a l'illumination du coup fatal, sans visualiser d'emblée tous les coups intermédiaires. Evidemment ce caractère aléatoire peut paraître décourageant, et faire songer au mot de Pascal : « Hasard donne les pensées, et hasard les ôte ; point d'art pour les conserver ni pour les acquérir. » (§ 370 des Pensées). S'il y a en effet une part d'impondérable, on réduit pourtant le rôle du « hasard » par un « art » bien réel, celui d'une méthode d'imprégnation. Toute mon attention tendue sur un problème, je me laisse posséder par lui, j'alterne le « *brainstorming* » et le calme de la décantation. Les variables du problèmes sont comme un kaléidoscope qui se compose et se décompose dans l'esprit, faisant brutalement surgir la solution inédite, l'étincelle d'un rapport impensé jusque là. C'est l'*eurêka* d'Archimède ! Renan écrit : « Il ne faut pas demander, dans l'ordre des investigations scientifiques, l'ordre rigoureux de la logique, pas plus qu'on ne peut demander d'avance à (*l'explorateur*) le plan de ses découvertes. En cherchant une chose, on en trouve une autre ; en poursuivant une chimère, on découvre une magnifique réalité. Le hasard, de son côté, vient réclamer sa part. » (L'Avenir de la science, 1890). Einstein surenchérit : « La recherche procède par intuition, aveuglement, exaltation et fièvre. » (Comment je vois le monde, 1934). « Aveuglement, exaltation et fièvre » ! On est loin de la froideur démonstrative.

La démonstration ne vient qu'après, de manière *a posteriori* (contrairement à l'insistance sur *l'a priori* qui suggère souvent que la démonstration descend toute faite du ciel des idées). **La démonstration est une logique de l'après coup**. Elle est une sorte **d'exo-squelette** soigneusement agencé pour faire tenir debout le raisonnement. Le formalisme démonstratif est ici un exposé

pédagogique pour rendre public la découverte ; il est la caution de l'autorité de la raison qui impose sa linéarité et sa nécessité à ce qui fut initialement, dans le vécu de la recherche, une constellation informe d'hypothèses clignotantes. La démonstration fait penser à ces homologations sportives d'un record du monde. Il a été accompli à l'entraînement ; pour le valider, il faut un protocole officiel de mesures, la présence des institutions compétentes... **La démonstration est la publicité de la raison** (au deux sens de rendre public et de mettre en valeur). Alors que la découverte et l'invention sont souvent chaotiques et informelles, la démonstration qui les valide est une rationalisation *a posteriori*. Le feu follet de l'intuition doit passer par les canaux rigides de « l'ordre démonstratif ». Il y a un aspect mécanique, voire robotisé. C'est pourquoi un ordinateur peut mener une démonstration, dès lors que son logiciel intègre toutes les règles et les données de base. La démonstration est la raison en armure, qui parade devant la tribune officielle... et dans les classes. Car c'est elle qui s'impose dans les manuels scolaires. Indifférente à la psychologie de la découverte, la science officielle expose selon « l'ordre des raisons », et non selon le désordre des intuitions, des repentirs, des égarements surmontés.

D- Le paradoxe de la démonstration est là : elle est à la fois *a priori* et *a posteriori*.

- Elle est *a priori* sur le plan théorique, parce qu'elle refuse l'assistance de l'expérience. Elle tire sa force de sa propre rigueur mathématique. Elle exclut les raisonnements faibles (par analogie, par induction), elle est raison de part en part. Elle triomphe dans l'exposé désincarné des équations, dans un domaine expurgé de toutes les approximations de l'expérience.

- Mais elle est *a posteriori* sur le plan pratique, dans la psychologie de la découverte. Car elle n'a pas de valeur heuristique, elle ne fait pas faire de découverte ; elle les cautionne en leur imposant l'habillage de l'universalité, le prêt-à-porter d'un formalisme institutionnel. Il paraît évident que le résultat ne tombe qu'après la démonstration. C'est le contraire qui est vrai : à partir de l'anticipation du résultat, je mets en place une stratégie de conquête, qui ressemble à l'alpinisme. Je vise le sommet, mais il y a la paroi abrupte d'une démonstration pour l'atteindre. Je peux explorer des voies en cul-de-sac, interrompues par un surplomb, redescendre, m'y reprendre à plusieurs fois. Je triomphe si je trouve la voie. Elle portera désormais mon nom ; les pitons que j'y ai plantés serviront à d'autres cordées d'alpinistes, qui confirmeront ainsi ma découverte. Mais il faut souligner que ce n'est pas parce que la démonstration est un **formalisme** qu'elle est une **formalité**. Son échec peut signifier celui de la solution proposée. Il faut alors mobiliser l'imagination théorique pour concevoir une autre option.

Section II- La démonstration au sens large

La science est démonstrative. Mais elle ne l'est pas seulement par le raisonnement hypothético-déductif qu'on vient de mentionner. C'est la démonstration **au sens strict**. Or les physiciens, chimistes, biologistes *etc.* quand ils ont résolu un problème qui impliquait l'expérimentation, le terminent par cette formule : **CQFD**. L'usage du verbe « démontrer » nous paraît ici légitime, si on le prend **au sens large**. « Il n'y a pas à choisir entre la démonstration et l'expérience, écrit Simone Weil. On démontre avec du bois ou du fer aussi facilement qu'avec de la craie » (*L'Enracinement*).

C'est Francis Bacon, le philosophe anglais précurseur de la méthode expérimentale, qui va nous servir de guide. « **La meilleure démonstration est de loin l'expérience** », écrit-il dans le *Novum organum* (1620). Il y met une condition - qui est une anticipation admirable de toute la science expérimentale moderne : il faut que l'expérience soit « réglée et ordonnée ». Il s'agit d'isoler quelques variables du phénomène observé, autrement dit abstraire. Vous faites jouer une des variables pour en constater l'impact sur la totalité du dispositif. Vous mettez ainsi au point, dit Bacon, une « expérience lumineuse » ou « fructueuse » qui vous révèle une causalité naturelle, ce qu'on appelle aujourd'hui « l'expérience cruciale ». L'expérience cruciale permet de discriminer les hypothèses théoriques selon leur pouvoir explicatif. La dialectique expérience / théorie est un dialogue expérimental avec la nature. C'est la nature qui va valider ou invalider telle hypothèse de départ, dans un protocole expérimental extrêmement formalisé. Ce formalisme expérimental est un équivalent du formalisme démonstratif, quand ma pensée dialogue avec elle-même dans ses raisonnements purs. D'ailleurs, on retrouvera les mêmes articulations logiques :

« Puisque...

Donc...

Or...

On peut donc conclure que... CQFD ! »

Dans ce sens élargi, oui, l'expérience est une démonstration, qui se prolonge en « monstration », à travers les instruments de laboratoire et un protocole codifié. On exclut bien sûr ici l'expérience quotidienne, le vécu empirique. Mais il y a une continuité entre la démonstration théorique du mathématicien et la **démonstration appliquée** du physicien, qui emprunte d'ailleurs au premier son langage et sa rigueur. Dans les sciences de la nature aussi, une pensée formellement incohérente est discréditée. Un argument en faveur de cet usage au sens large du terme « démonstration » : aucun savant ne dira : « Je ne peux pas le démontrer, mais je peux l'expérimenter ». S'il l'expérimente au sens scientifique du terme, cela vaut démonstration, même si l'on ne sait pas toujours expliquer l'intégralité du phénomène.

Il y a cependant une différence décisive entre la démonstration au sens strict et cette démonstration au sens large. Car en s'élargissant, la démonstration retrouve l'exigence de vérité qu'elle avait perdu dans la spéculation pure. On a vu en effet que la démonstration au sens strict peut se développer sur des prémisses fausses, ou indifférentes à la question du vrai (les axiomatiques). A l'inverse, en physique, en chimie, en biologie, la définition de la vérité par St Thomas d'Aquin retrouve son impérieuse souveraineté : « adéquation de la pensée à la chose ». Le formalisme et la validité logique, s'ils sont nécessaires, ne suffisent plus. Il faut que ma pensée se soit moulée sur le réel avec la plus grande exactitude. La vérité « matérielle » retrouve une importance équivalente à la validité « formelle ». On voit donc pourquoi Bacon dit que l'expérience est « de loin, la meilleure démonstration ». Elle est la meilleure parce qu'elle a l'ambition du vrai, alors que le seul raisonnement hypothético-déductif - la démonstration au sens strict - ne vise que la validité logique. La démonstration au sens large est plus ambitieuse que la démonstration au sens strict ! On peut d'ailleurs concevoir la seconde comme une préparation à la première – autrement dit, les mathématiques comme une préparation aux sciences de la nature. Leur antériorité chronologique dans l'histoire des sciences coule alors de source. Il a fallu longtemps jouer à vide avec les pouvoirs démonstratifs de l'esprit pour parvenir à la maturité scientifique.

Conclusion. Tout est-il démontrable ?

Il faut cependant noter ici une illusion du rationalisme, qu'il soit philosophique ou scientifique : croire que tout soit démontrable, croire qu'on puisse étendre à toute chose le modèle de la démonstration mathématique. **On doit distinguer la sphère du qualitatif de celle du quantitatif.** On appelle qualitatif ici tout ce qui suppose un jugement de valeur sur une « qualité » de l'objet, tout ce qui n'existe qu'à travers le jugement de valeur.

- Allons au cœur du domaine qualitatif, l'esthétique. Une œuvre d'art de second ordre peut appliquer les mêmes règles, mobiliser les mêmes moyens qu'un chef d'œuvre. Aux yeux d'un amateur, pourtant, l'inégalité est flagrante, sans qu'on puisse « démontrer » quoi que ce soit. Ainsi deux peintres hollandais ont peint en même temps, au XVII^e siècle, des scènes de genre similaires : **Jan Vermeer et Peter de Hooch**. Le génie du premier éclipse le talent du second. On peut tenter de circonscrire au mieux cette différence : ce pourra être pertinent, plausible ; ce ne sera pas démonstratif. Ici l'esprit de finesse prévaut sur l'esprit de géométrie, pour reprendre la distinction de Pascal. Et l'esprit de finesse baigne dans une subjectivité incompatible avec le formalisme démonstratif. J'apprécie le chef d'œuvre avec le goût, avec le cœur, avec une sensibilité affûtée par la culture et la réflexion. Le corset du raisonnement hypothético-déductif est radicalement étranger à cette forme de connaissance par la sympathie et l'émotion. Les « yeux de la raison » sont ici défaillants. Le chef d'œuvre infuse dans ma sensibilité, la pénètre de ses résonances jusqu'à une compréhension intuitive qui n'est d'ailleurs pas entièrement formulable... Alors, parler de démonstration !!! Plus généralement, il est impossible de « démontrer » qu'un objet est « beau ». On ne peut que le suggérer par l'émotion qu'il nous inspire et qui gagne parfois, par contagion, un interlocuteur d'abord réticent.

- Cette même distinction du quantitatif et du qualitatif permet la critique du rationalisme de Platon et de Descartes. On se souvient que c'est par les mathématiques que Platon introduit la théorie des Idées. Mais il y a un abîme entre l'idée de cercle et l'idée de liberté par ex. Quand je pense le cercle, la définition et les propriétés du cercle peuvent m'être entièrement présentes à l'esprit. La liberté n'a pas de définition simple et univoque. Il n'y a pas d'Idée pure de la liberté, mais cinq ou dix définitions possibles. Le travail philosophique va consister à jouer avec les nuances d'un concept prismatique et

ambigu. *Idem*, le beau, le vrai, le juste, le bien : ce sont des idées-valeurs absolument distinctes de celles du cercle, du triangle, des nombres impairs *etc.* Je ne peux pas « démontrer » que l'homme est



La femme à la balance de Vermeer



La peseuse d'or de Peter de Hooch

Peut-on « démontrer » la supériorité de Vermeer sur Peter de Hooch ?

libre ou « qu'il faut être juste », comme le théorème « Les angles d'un triangle valent deux droits ». Je peux argumenter en faveur d'une thèse si j'en suis convaincu, je peux travailler sur le concept de liberté ou de justice pour en réduire la complexité plurielle et en proposer une définition : ce sera argumentation. **Persuader par l'argumentation n'est pas convaincre par la démonstration.** Pour les valeurs comme pour les œuvres d'art, je dois intérioriser et sympathiser. Penser par soi-même implique un investissement de toute la personne dans la réflexion, un engagement (alors qu'on la vu, la démonstration est à ce point impersonnelle qu'un ordinateur peut la mener à bien). Une valeur, c'est ce à quoi on donne de la valeur ; plus que cela : la valeur est un foyer en moi qui valorise certains objets ou certaines pensées. C'est une puissance de projection du désir. Il n'y a de justice ou de vérité que si je désire la justice ou la vérité. On peut appeler cela le « cœur ». Pour défendre et promouvoir la liberté, il faut l'aimer ; pour vouloir et saisir la vérité, il faut que je me la rende désirable. C'est ce désir ou cet amour qui fait d'une idée une valeur. Le sceptique ou le nihiliste sera celui, non pas tant pour qui ces valeurs n'existent pas (car, certes, on sera d'accord, elles n'existent pas « en soi »), mais celui qui aura cessé de les désirer. La justice n'existe plus pour le nihiliste parce qu'elle lui est devenue indifférente. C'est notre désir qui insuffle son existence à une valeur. On ne les « démontre » qu'en y adhérant. Mais on retrouve ici le **sens usuel** du terme « démonstration » : montrer avec éclat. Le martyr fait une « démonstration » de la vérité de sa foi par le sacrifice ; un tel « démontre » la noblesse de l'idéal de justice en s'y consacrant ; un peuple qui se soulève après des décennies de tyrannie témoigne de la puissance de l'idéal de liberté...

- Descartes, quant à lui, voulait couronner son système par une « science » de la morale, que sa mort en 1650 ne lui a pas donné le temps de préciser. Il prétendait dans ce domaine obtenir le même caractère d'évidence que celui de l'intuition et de la déduction mathématique. Or Descartes avait précisé, dans ses Règles pour la direction de l'esprit : « On voit clairement pourquoi l'arithmétique et la géométrie sont beaucoup plus certaines que les autres sciences : c'est que seules elles traitent d'un objet assez pur et simple pour n'admettre absolument rien que l'expérience ait rendu incertain, et qu'elles consistent tout entières en une suite de conséquences déduites par raisonnement. » Or les valeurs ne sont jamais des « objets purs et simples » ; elles sont précisément ce que « l'expérience rend incertain ». Vouloir y imposer une lumière équivalente à celle des démonstrations mathématiques est une illusion rationaliste. L'intime conviction que je suis libre ou qu'il faut être juste ne prouve rien. On

adhère aux valeurs, on ne les démontre pas. Ou alors on les « démontre » en y adhérant, au sens usuel de les manifester. En ce sens, par sa vie, par sa philosophie, Descartes a « démontré » sa liberté.

- Enfin, s'agissant des « démonstrations » métaphysiques de l'existence de Dieu, de l'immortalité de l'âme *etc.* - telles qu'on les trouve notamment chez Descartes - Kant a établi qu'il y avait là une illusion de la raison pure. On a cru, sur le modèle mathématique, pouvoir établir une science des objets métaphysiques. Or une différence de nature oppose les deux disciplines. Quand je spécule sur le cercle, j'ai l'intuition intellectuelle du cercle présente à l'esprit avec toutes ses propriétés. Quand je spécule sur Dieu, il est absent de mon esprit. Je n'en ai aucune intuition intellectuelle directe, aucune « idée innée ». Je peux construire un concept : l'Être parfait, infiniment bon *etc.* (une synthèse et une personnification absolue de toutes les valeurs !), mais l'existence d'un tel Être reste totalement hypothétique. Je peux penser Dieu, je ne peux pas le connaître, dit fortement Kant, ni par démonstration, ni par expérience. Si j'ai la foi, je désirerai Dieu, je l'aimerai, je l'adorerai : alors Dieu existera **pour moi**. C'est seulement au sens usuel que ma piété « démontrera » la présence de Dieu dans ma vie. Il s'agit - du point de vue de la raison - d'un postulat. Il n'y a pas de démonstration métaphysique.

- Pourtant, ce n'est pas totalement vrai. Nous devons admettre l'intrusion d'une forme de démonstration contraignante, en métaphysique comme en axiologie (réflexion sur les valeurs). On peut démontrer qu'un exposé sur les valeurs **se contredit** quand c'est le cas. Tout ne se démontre pas positivement, mais sur toute chose, on peut démontrer **négativement**, quand une défaillance logique vicie une thèse. C'est ainsi qu'un **raisonnement par l'absurde** ou un **contre-exemple** peuvent être démonstratifs ; plus simplement encore le simple **pointage d'une contradiction**. Dans un dialogue, on entend parfois des propos qui sont incompatibles avec la propre définition de la vérité, de la justice ou de la liberté qu'a donné au départ l'interlocuteur. Socrate, qui « ne savait rien », pouvait **démontrer** à un concitoyen étourdi qu'il se contredisait. La forme négative de la démonstration (réfuter, démontrer qu'il y a faute ou erreur) est probante dans **tous** les types de discours (scientifique, empirique, métaphysique...) et quelqu'en soit l'objet (quantitatif ou qualitatif, réel ou hypothétique). Toute **démonstration critique** de ce type est comme habitée par le démon de Socrate, qui continue au-delà des siècles à nous sourire malicieusement : « Tu te contredis ! »

(Sur la démonstration en philosophie, voir le cours d'introduction à la philosophie ; sur les « démonstrations » de l'existence de Dieu, voir cours sur la religion.)



Le trébuchet, cette subtile balance de la joaillière, semble vide... Est-elle en train de régler l'appareil ? Son geste est en résonance avec le « Jugement dernier », le tableau derrière elle. Le geste arrêté est comme pris dans une méditation sur le destin de l'âme de l'enfant qu'elle porte...

La démonstration

« Les démonstrations sont les yeux de la raison. » **Spinoza, Ethique V, 1675**

Mais la démonstration repose selon Descartes sur de l'indémontrable : l'intuition intellectuelle. Celle-ci s'impose par la seule lumière de l'évidence :

« Par *intuition*, j'entends, non pas le témoignage instable des sens ou le jugement trompeur d'une imagination qui compose mal son objet, mais la conception d'une intelligence pure et attentive, conception si facile et si distincte qu'il ne reste aucun doute sur ce que l'on y comprend ; ou, ce qui revient au même, une représentation inaccessible au doute, représentation qui est le fait de l'intelligence pure et attentive, qui naît de la seule lumière de la raison, et qui, parce qu'elle est plus simple, est plus certaine encore que la déduction. (...) Ainsi, chacun peut voir par intuition qu'il existe, qu'il pense, que le triangle est délimité par trois lignes, la sphère par une seule surface et autres choses semblables. »... »

Descartes, Règles pour la direction de l'esprit, 1628

L'intuition est donc la lumière intellectuelle de l'idée claire et distincte. Elle impose son évidence et dissipe le doute. La démonstration qui la suit sera une « intuition continuée » le long des « chaînes de raison » :

« Ces longues chaînes de raisons, toutes simples et faciles, dont les géomètres ont coutume de se servir pour parvenir à leurs plus difficiles démonstrations, m'avaient donné occasion de m'imaginer que toutes les choses qui peuvent tomber sous la connaissance des hommes s'entresuivent en même façon. »

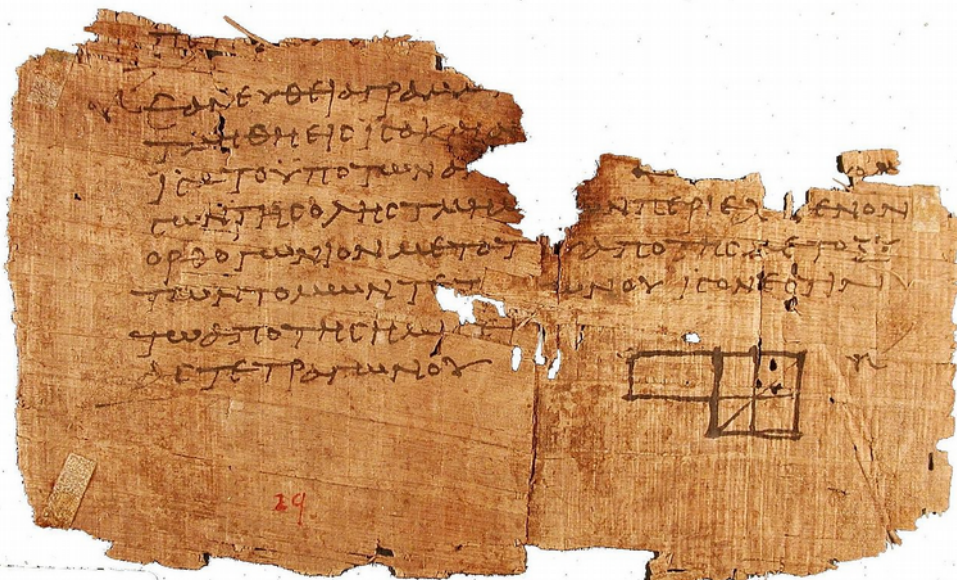
Descartes, Discours de la méthode, 1637

C'est le postulat du rationalisme scientifique.

« On voit clairement pourquoi l'arithmétique et la géométrie sont beaucoup plus certaines que les autres sciences : c'est que seules elles traitent d'un objet assez pur et simple pour n'admettre absolument rien que l'expérience ait rendu incertain, et qu'elles consistent tout entières en une suite de conséquences déduites par raisonnement. »

Descartes, Règles pour la direction de l'esprit

Les maths doivent donc servir de modèle d'intelligibilité à toute science.



Un des plus vieux fragments des Eléments d'Euclide